memo

信号処理

授業開始までしばらくお待ちください。

信号処理
Signal Processing
『離散フーリエ変換』

rebrand.ly/sigproc

小林裕之

大阪工業大学 RD 学部システムデザイン工学科

OSAKA INSTITUTE OF TECHNOLOGY

8 of 14

a LaTeX + Beamer slideshow

授業の受講に関して

- 講義資料（スライド等）は **Google Drive** (`https://rebrand.ly/sigproc`) に置く (紙の配布資料は行わない)。授業前には虫喰い状態のスライドのみを提供するが、授業後に `uncovered` フォルダに穴埋め版を置くので復習に活用されたい。アカウントの問題等でアクセスできないときのために `https://www.oit.ac.jp/rd/labs/kobayashi-lab/~yagshi/lectures/` にも置いておく。
- ミニレポートは **Google Forms** (`https://forms.gle/1PdgpYDpnahECqkY6`) に提出。

授業の進め方

- 出席そのものは評価せず。極論するとテストのみ出席で他は全欠席でも A 評価はあり得る。
- 基本的には**中間演習**と**期末試験**で評価。
- 毎回ミニレポートを課す。出す者は提出期間を厳守すること。
- 試験の不合格者は**毎回のミニレポート**と**出席**で少し救済する。
  (**しっかりした内容の**ミニレポートを概ね 9 割以上提出し、かつ大学の出欠管理システムで 8 割以上遅刻せず出席していた場合最大 10 点程度の救済。提出数や出席数が少ない場合は救済幅が縮小する。いずれかが 7 割を下回ったら一切救済しない。締め切り後の提出は認めない。)
- スライド穴埋め版はその回の授業終了後に公開。
- **授業中に**スライドの誤りを見つけて指摘してくれた者には、誤り一箇所につき先着一名様限り 100 点満点 1 点相当の加点を行う。(ただしごく軽微なものなど、内容によっては加点しない場合もあり。)

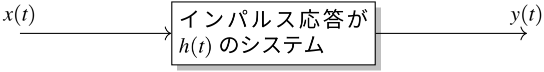
たたみ込み関連

今後けっこう使いそうなのであらためて

たたみ込み

$$(x_1 * x_2)(t) =$$

たたみ込みが使われる例: 入出力関係



$$y(t) =$$

たたみ込み関連

今後けっこう使いそうなのであらためて

たたみ込み

$$(x_1 * x_2)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau)x_2(\tau)\mathrm{d}\tau$$

たたみ込みが使われる例: 入出力関係

$x(t)$ → インパルス応答が $h(t)$ のシステム → $y(t)$

$$y(t) =$$

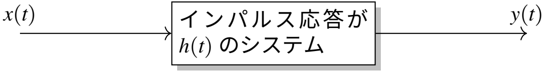
たたみ込み関連

今後けっこう使いそうなのであらためて

たたみ込み

$$(x_1 * x_2)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t-\tau)x_2(\tau)\mathrm{d}\tau$$

たたみ込みが使われる例: 入出力関係



$$y(t) = (h * x)(t)$$

Fourier 変換とたたみ込み

すみませんが計算は板書で。

たたみ込みのフーリエ変換 → 積になる

$$\left(x_1 * x_2\right)(t) \rightleftharpoons$$

積のフーリエ変換 → たたみ込みになる

$$x_1(t)x_2(t) \rightleftharpoons$$

例によって暗記する必要はないけれど、**たたみ込みをフーリエ変換したり逆変換したりすると積になる**くらいは覚えておこう。

Fourier 変換とたたみ込み

すみませんが計算は板書で。

たたみ込みのフーリエ変換 → 積になる

$$(x_1 * x_2)(t) \rightleftharpoons X_1(\omega)X_2(\omega)$$

積のフーリエ変換 → たたみ込みになる

$$x_1(t)x_2(t) \rightleftharpoons$$

例によって暗記する必要はないけれど、**たたみ込みをフーリエ変換したり逆変換したりすると積になる**くらいは覚えておこう。

Fourier 変換とたたみ込み

すみませんが計算は板書で。

たたみ込みのフーリエ変換 → 積になる

$$(x_1 * x_2)(t) \rightleftharpoons X_1(\omega)X_2(\omega)$$

積のフーリエ変換 → たたみ込みになる

$$x_1(t)x_2(t) \rightleftharpoons \frac{1}{2\pi}\left(X_1 * X_2\right)(\omega)$$

例によって暗記する必要はないけれど、**たたみ込みをフーリエ変換したり逆変換したりすると積になる**くらいは覚えておこう。

離散時間フーリエ変換

DTFT

$$X(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] e^{-j\Omega k}$$

IDTFT

$$x[k] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) e^{j\Omega k} \mathrm{d}\Omega$$

離散時間信号を周波数解析できるようになったのはいいけれど、

$$x[k] \rightleftharpoons X(\Omega)$$

- 片や離散、片や連続
- 無限の級数和
- 積分計算

……と、なんだかいろいろ微妙ですね、これ。

DTFT を使いやすく作り直そう。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]e^{-j\Omega l}$$

あとで k を使いたいので l になっています。

出発点のアイデア

無限級数和をなんとかしたいので、**$x[l]$ が周期 N の周期信号である**と考えてみる。

(注) DTFT 的には周期信号は信号の総エネルギが無限になってしまうのでいろいろやばそうですが、ここではとりあえずそう考えて進めます。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]e^{-j\Omega l}$$

$l = mN + n$とおく

$$=$$

DTFT を使いやすく作り直そう。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]e^{-j\Omega l}$$

あとで k を使いたいので l になっています。

出発点のアイデア

無限級数和をなんとかしたいので、**$x[l]$ が周期 N の周期信号である**と考えてみる。

(注) DTFT 的には周期信号は信号の総エネルギが無限になってしまうのでいろいろやばそうですが、ここではとりあえずそう考えて進めます。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]e^{-j\Omega l}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty}$$

$l = mN + n$ とおく

DTFT を使いやすく作り直そう。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l] e^{-j\Omega l}$$

あとで k を使いたいので l になっています。

出発点のアイデア

無限級数和をなんとかしたいので、**$x[l]$ が周期 N の周期信号である**と考えてみる。

(注) DTFT 的には周期信号は信号の総エネルギが無限になってしまうのでいろいろやばそうですが、ここではとりあえずそう考えて進めます。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l] e^{-j\Omega l}$$

$l = mN + n$ とおく

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} x[\qquad] e^{-j\Omega(\qquad)}$$

DTFT を使いやすく作り直そう。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l] e^{-j\Omega l}$$

あとで k を使いたいので l になっています。

出発点のアイデア

無限級数和をなんとかしたいので、$x[l]$ **が周期 N の周期信号である**と考えてみる。

(注) DTFT 的には周期信号は信号の総エネルギが無限になってしまうのでいろいろやばそうですが、ここではとりあえずそう考えて進めます。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l] e^{-j\Omega l}$$

$l = mN + n$ とおく

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} x[mN+n] e^{-j\Omega(\qquad)}$$

DTFT を使いやすく作り直そう。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]e^{-j\Omega l}$$

あとで k を使いたいので l になっています。

出発点のアイデア

無限級数和をなんとかしたいので、**$x[l]$ が周期 N の周期信号である**と考えてみる。

(注) DTFT 的には周期信号は信号の総エネルギが無限になってしまうのでいろいろやばそうですが、ここではとりあえずそう考えて進めます。

$$X(\Omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x[l]e^{-j\Omega l}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} x[mN+n]e^{-j\Omega(mN+n)}$$

$l = mN + n$ とおく

続き

$$(\text{続き}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} \quad e^{-j\Omega(mN+n)}$$ 周期信号だから $x[mN+n] =$

$$=$$ m, nを分離

$\star$ の部分に注目！

ここって、$\Omega N = 2\pi k$ (k は整数) のとき $1+1+1+\cdots$ と無限大に発散し、**それ以外のときは 0**となる。(わかる?) 無限大については、そもそも周期信号で DTFT 計算をしようとしたが故の自業自得ということで仕方ないとして、それ以外が 0 ということはつまり、**そこ ($\Omega N \neq 2\pi k$) には情報がない**ということだ！(きっと。)

続き

$$(\text{続き}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} \quad e^{-j\Omega(mN+n)} \qquad \text{周期信号だから } x[mN+n] = x[n]$$

$$= \qquad\qquad\qquad\qquad m, n\text{を分離}$$

$\star$ の部分に注目！

ここって、$\Omega N = 2\pi k$ (k は整数) のとき $1+1+1+\cdots$ と無限大に発散し、**それ以外のときは 0**となる。(わかる?) 無限大については、そもそも周期信号で DTFT 計算をしようとしたが故の自業自得ということで仕方ないとして、それ以外が 0 ということはつまり、**そこ ($\Omega N \neq 2\pi k$) には情報がない**ということだ！(きっと。)

続き

$$(\text{続き}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{N-1} \color{red}{x[n]}\color{black} e^{-j\Omega(mN+n)} \qquad \text{周期信号だから } x[mN+n] = x[n]$$

$$= \qquad\qquad m, n\text{を分離}$$

⋆ の部分に注目！

ここって、$\Omega N = 2\pi k$ (k は整数) のとき $1 + 1 + 1 + \cdots$ と無限大に発散し、**それ以外のときは 0**となる。(わかる?) 無限大については、そもそも周期信号で DTFT 計算をしようとしたが故の自業自得ということで仕方ないとして、それ以外が 0 ということはつまり、**そこ ($\Omega N \neq 2\pi k$) には情報がない**ということだ！(きっと。)

続き

$$(\text{続き}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\Omega(mN+n)} \qquad \text{周期信号だから } x[mN+n]=x[n]$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\Omega n} \underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j\Omega mN}}_{\star} \qquad m,n\text{を分離}$$

$\star$ の部分に注目！

ここって、$\Omega N = 2\pi k$ (k は整数) のとき $1+1+1+\cdots$ と無限大に発散し、**それ以外のときは 0** となる。(わかる?) 無限大については、そもそも周期信号で DTFT 計算をしようとしたが故の自業自得ということで仕方ないとして、それ以外が 0 ということはつまり、**そこ ($\Omega N \neq 2\pi k$) には情報がない**ということだ！(きっと。)

DFT 爆誕

DTFT 改?

- 周期信号的に情報がないところは考えない、つまり $\Omega N = 2\pi k$ とする。
- 無限に発散するのは困るので $\star$ の部分は 1、つまり 1 周期だけの計算とする。
- するとそれはもはや DTFT とは言えないが、周期信号における DTFT 的なエッセンスは (きっと) 抽出できているはず。

before (周期信号を無理矢理 DTFT して $\star$ 部分でコケた計算)

$$X(\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\Omega n} \underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j\Omega m N}}_{\star}$$

after (DFT)

DFT 爆誕

DTFT 改?

- 周期信号的に情報がないところは考えない、つまり $\Omega N = 2\pi k$ とする。
- 無限に発散するのは困るので $\star$ の部分は 1、つまり 1 周期だけの計算とする。
- するとそれはもはや DTFT とは言えないが、周期信号における DTFT 的なエッセンスは (きっと) 抽出できているはず。

before (周期信号を無理矢理 DTFT して $\star$ 部分でコケた計算)

$$X(\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\Omega n} \underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j\Omega m N}}_{\star}$$

after (DFT)

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Discrete Fourier Transformation

$$X[k] =$$

Inverse DFT

$$x[n] =$$

$$x[n] \rightleftharpoons X[k]$$

離散フーリエ変換

Discrete Fourier Transformation

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Inverse DFT

$$x[n] =$$

$$x[n] \rightleftharpoons X[k]$$

離散フーリエ変換

Discrete Fourier Transformation

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Inverse DFT

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

$$x[n] \rightleftharpoons X[k]$$

計算問題にいく前にもうひと整理

回転子 W_N による表記

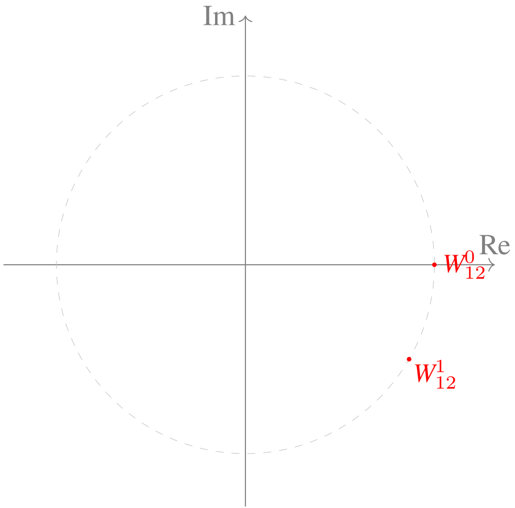
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N =$$



回転子 W_N による表記

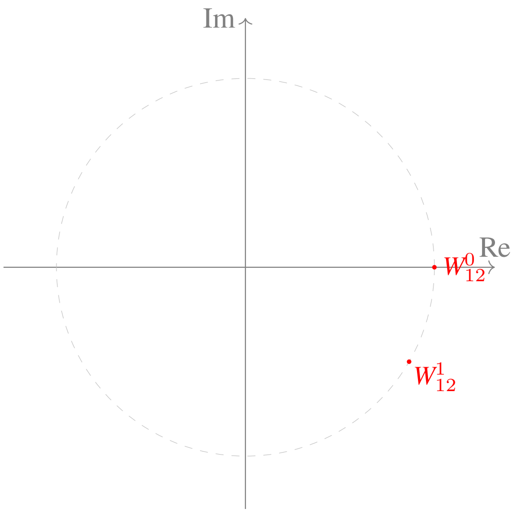
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

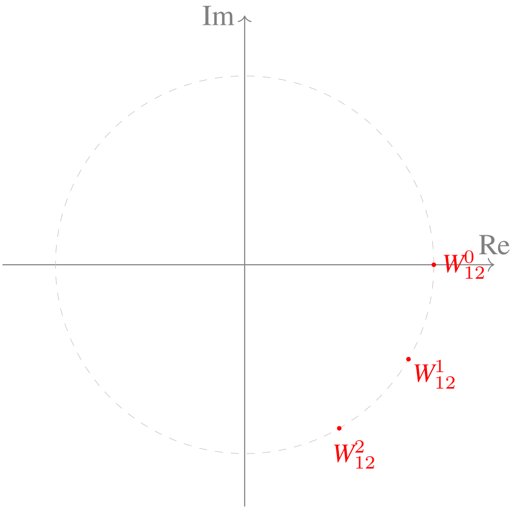
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

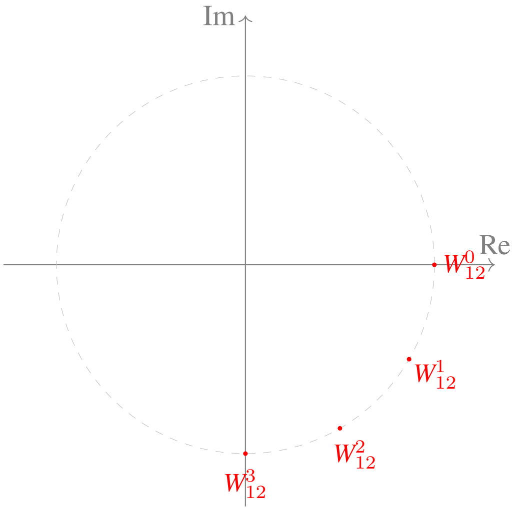
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

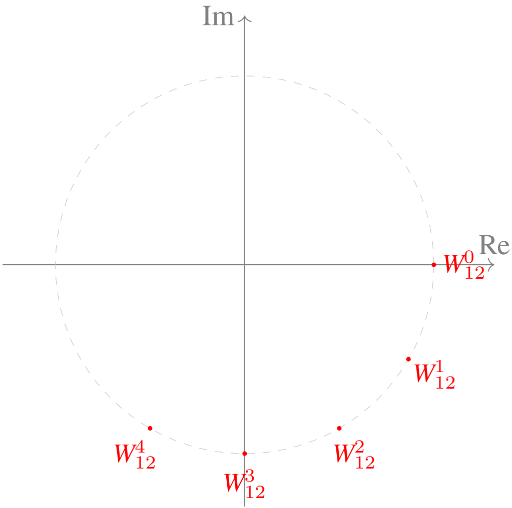
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

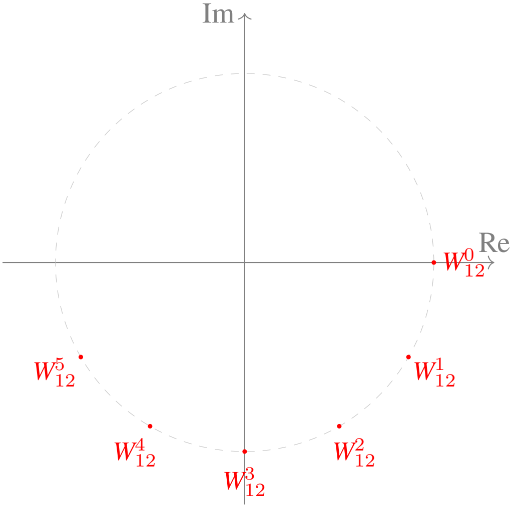
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

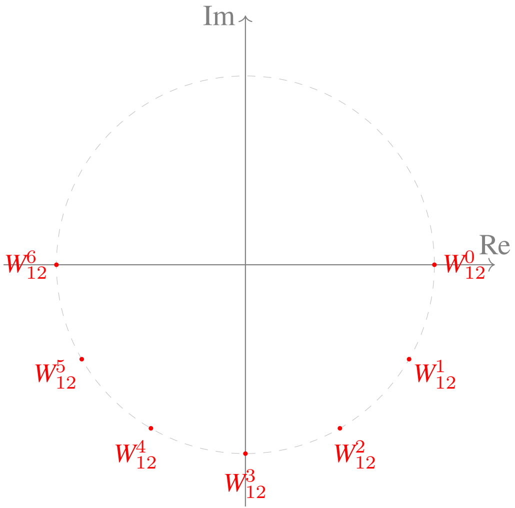
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

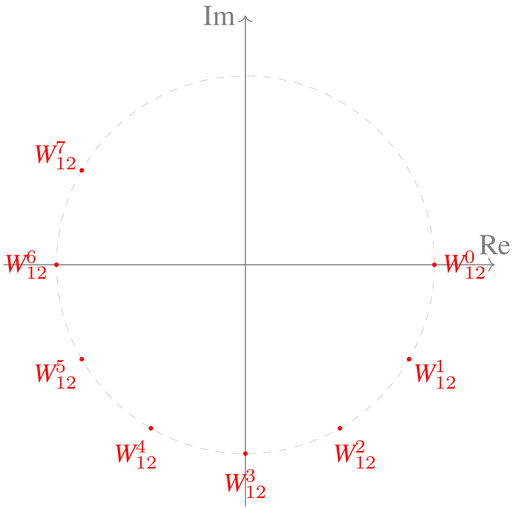
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

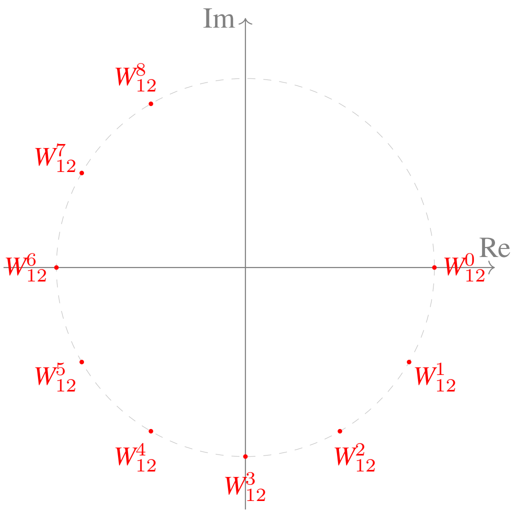
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

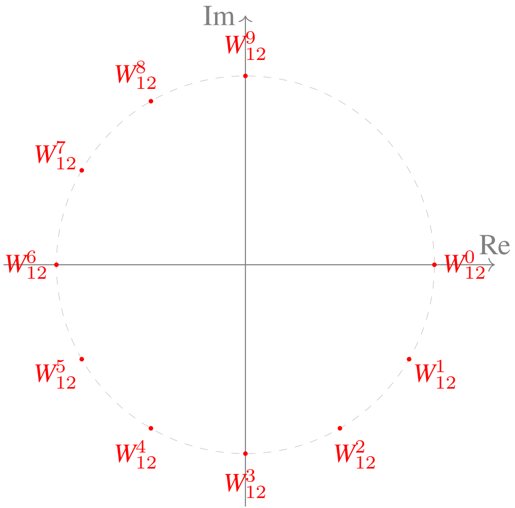
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

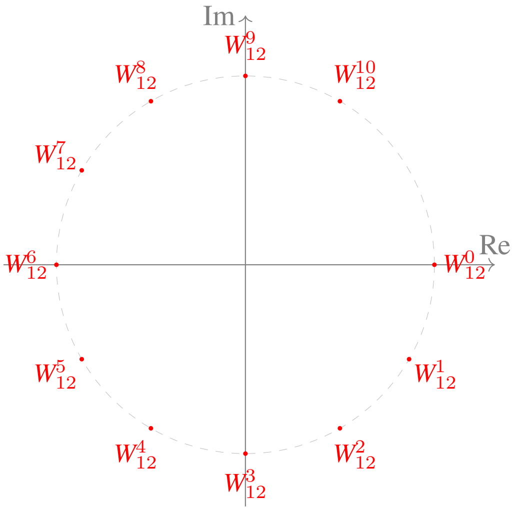
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子 W_N による表記

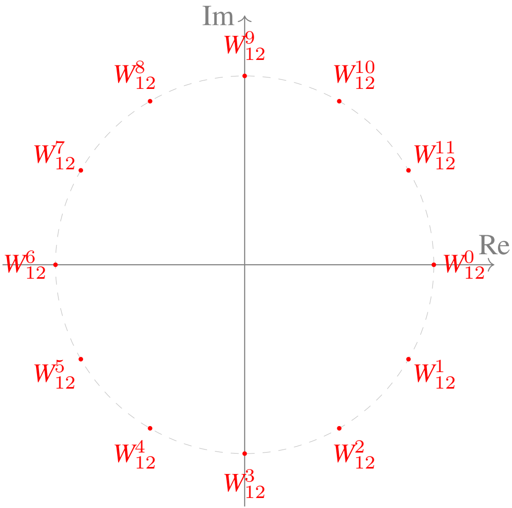
単なる表記だけの話なので引かないでね。

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$ の赤いところ

を W_N と省略表記する。

回転子

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$



回転子を使って書いた離散フーリエ変換

Discrete Fourier Transformation

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} =$$

Inverse DFT

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}nk} =$$

回転子を使って書いた離散フーリエ変換

Discrete Fourier Transformation

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}$$

Inverse DFT

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}nk} =$$

回転子を使って書いた離散フーリエ変換

Discrete Fourier Transformation

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}$$

Inverse DFT

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-nk}$$

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\qquad X[k] =$

2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数

3. $x[n] = 1$

4. $x[n] = n$

5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数

6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\quad X[k] = 1$

2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数

3. $x[n] = 1$

4. $x[n] = n$

5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数

6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\qquad X[k] = 1$

2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = (-1)^k$

3. $x[n] = 1$

4. $x[n] = n$

5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数

6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\qquad X[k] = 1$
2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = (-1)^k$
3. $x[n] = 1$ $\qquad X[k] = \begin{cases} N & k = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$
4. $x[n] = n$
5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数
6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\qquad X[k] = 1$

2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = (-1)^k$

3. $x[n] = 1$ $\qquad X[k] = \begin{cases} N & k = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

4. $x[n] = n$ $\qquad X[k] = \begin{cases} \frac{N(N-1)}{2} & k = 0 \\ \frac{N}{W_N^k - 1} & \text{otherwise} \end{cases}$

5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数

6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\qquad X[k] = 1$

2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = (-1)^k$

3. $x[n] = 1$ $\qquad X[k] = \begin{cases} N & k = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

4. $x[n] = n$ $\qquad X[k] = \begin{cases} \frac{N(N-1)}{2} & k = 0 \\ \frac{N}{W_N^k - 1} & \text{otherwise} \end{cases}$

5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = \begin{cases} \frac{N}{2} & k = 0 \text{ or } \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数

DFT の練習問題: 次の数列 $x[n]$ の N 点 DFT を求めよ。

1. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ $\qquad X[k] = 1$

2. $x[n] = \begin{cases} 1 & n = \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = (-1)^k$

3. $x[n] = 1$ $\qquad X[k] = \begin{cases} N & k = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

4. $x[n] = n$ $\qquad X[k] = \begin{cases} \frac{N(N-1)}{2} & k = 0 \\ \frac{N}{W_N^k - 1} & \text{otherwise} \end{cases}$

5. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は偶数 $\qquad X[k] = \begin{cases} \frac{N}{2} & k = 0 \text{ or } \frac{N}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

6. $x[n] = \begin{cases} 1 & n : \text{even} \\ 0 & n : \text{odd} \end{cases}$ ただし N は奇数 $\qquad X[k] = \begin{cases} \frac{N+1}{2} & k = 0 \\ \frac{1-W_N^k}{1-W_N^{2k}} & \text{otherwise} \end{cases}$

scipy による DFT の数値計算

なぜ dft じゃなくて fft なのかは後日

```
# 前ページの 2 を N=5 でやってみる
import scipy
print(scipy.fft.fft([0,1,2,3,4]))
```

練習: 前ページの他の問題を適当な N でやってみよう。

ミニレポート課題 (提出期間: 本日〜次回の授業の前日)

p. 14の練習問題の中から指定されたもののうち 2 つ以上を解け。

解答を PC 文書や手書きで作成し、PDF にして Google Forms (https://forms.gle/1PdgpYDpnahECqkY6) から提出せよ (要組織アカウントによるログイン)。ただし写真等の画像ファイルの場合は、解像度や露出・照明状態などを十分考慮し、きちんと読解可能なクオリティのものとすること。スマートフォンの場合はスキャナアプリの類の利用を必須とする。